





مثال 2:

لتكن لدينا الدالة  $f(z) = \frac{z-1}{z^3-2z}$  حدد المقام لزيادة الدالة  
المعطاة في المستوى العقدي المستقيم أي حدد نوع نقطة الزيادة أيضاً  $z=0$

الحل:

النقاط لزيادة الدالة المعطاة هي عند  $z^3-2z=0$  أي  $z(z^2-2)=0$   $z_1=0, z_2=\sqrt{2}, z_3=-\sqrt{2}$  نقطة الزيادة  
أي أن  $z=0$  هي نقطة الزيادة التي المقام ولا تقسم البسط  $z=0$  فليتبسط للدالة  
كذلك الأمر بالنسبة لـ  $z_2=\sqrt{2}, z_3=-\sqrt{2}$  أي أنه كلاهما من هو قسّم البسط

لنأخذ نوع نقطة الزيادة

$$f(z) = f\left(\frac{1}{t}\right) = \frac{\frac{1}{t}-1}{\frac{1}{t^3}-2\frac{1}{t}} = \frac{\frac{1-t}{t}}{\frac{1-2t^2}{t^3}} = \frac{t^2(1-t)}{(1-2t^2)}$$

بذلك إذا كانت النقطة  $z=0$  هي نقطة عادوية لهذه الدالة أي أن  $t=0$   
أي أن نقطة الزيادة  $z=0$  نقطة زيادة قابلة للإصلاح

$$\lim_{t \rightarrow 0} f\left(\frac{1}{t}\right) = 0 \quad f(\infty) = 0$$

لإيجاد منشور الدالة

$$f\left(\frac{1}{t}\right) = (t^2 - t^3) \left( \frac{1}{1-2t^2} \right)$$

$$\frac{1}{1-2t^2} \leftarrow \text{مكتمل}$$

$$t=0 \text{ و } \frac{1}{\sqrt{2}} < 1+t^2 < \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 1+t^2 < \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 1 < 1-2t^2 < 1 \text{ و } 1 < \frac{1}{1-2t^2}$$

$$f\left(\frac{1}{t}\right) = (t^2 - t^3) [1 + 2t^2 + 4t^4 + 8t^6 + \dots] = t^2 + 2t^4 + 8t^{10} + \dots$$

$$-t^3 - 2t^5 - 4t^7 - 8t^9 + \dots = t^2 - t^3 + 2t^4 - 2t^5 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2^3} + \frac{2}{2^4} + \dots$$

وبما أن الجزء العنقودي صفر  $\in$  النقطة  $z=0$  هي نقطة زيادة قابلة للإصلاح

ناتج

المحاطة هي النشر

نلاحظ  $z=0$  تصبح الدالة تحليلية عند الزيادة وصفر من لزيادة الكسرية  
(أي أنه تقهر من القول بالية)

مثال 3:

$$f(z) = \frac{z^3-2z}{z+2}$$

عند حذف المقام لزيادة الدالة في المستوى العقدي المستقيم أي حدد نوع نقطة  $z=2$  أيضاً .

الحل: المقام لزيادة الدالة في المستوى العقدي المستقيم هو عند  $z+2=0$

$$z+2=0 \text{ ونقطة الزيادة أي } z=-2$$

بما أن  $z=-2$  هي نقطة الزيادة التي المقام ولا تقسم البسط أي إذا لم يقبل ببداية



13

12

20



2)

uc

 $\angle$ 

,

T---

7



اما اذا كانت النقطة  $t=0$  نقطة شاذة اساسية للدالة  $f(\frac{1}{t})$  عندئذ تكون  
نقطة الاخرى نقطة شاذة اساسية

$$f(z) = e^z$$

مثال ١

نلاحظ بان نقطة الاخرى هي نقطة شاذة معزولة للهم الدالة في المستوى العقدي لمحة  
لبيان نوع نقطة الاخرى نبدل  $z$  بـ  $\frac{1}{z}$  فتكون

$$f(\frac{1}{t}) = e^{\frac{1}{t}}$$

وبما ان  $t=0$  ، نقطة شاذة اساسية فانه  $z=\infty$  شاذة اساسية

$$f(\frac{1}{t}) = 1 + \frac{1}{t} + \frac{1}{2!} \frac{1}{t^2} + \dots + \frac{1}{n!} \frac{1}{t^n} + \dots \quad 0 < |t| < \infty$$

$$f(z) = 1 + z + \frac{1}{2!} z^2 + \frac{1}{3!} z^3 + \dots$$

ونلاحظ بان الحزب لتقريب "أي الحد ذات القوى الموجبة تماماً" عند هانزسته  
لذلك فانه نقطة الاخرى هي نقطة شاذة اساسية.

وبذلك نرى دائماً نقطة الاخرى هي نقطة شاذة اساسية

ذلك عند منشورها لأن الحزب لتقريب منشورال منى غير منتهى عند  $z=\infty$  شاذة اساسية

انتهت المحاضرة - ١١٤ -

الدراسة ٢ من محاضرة ما في نظري ٢ ناهة لدراسة